

$$\begin{aligned} \text{шар 1: } \frac{\partial T_1(r, y, t)}{\partial t} &= a_1 \left[ \frac{\partial^2 T_1(r, y, t)}{\partial r^2} + \frac{w}{r} \frac{\partial T_1(r, y, t)}{\partial r} + \frac{\partial^2 T_1(r, y, t)}{\partial y^2} \right] \\ r_0 \leq r \leq r_1, \quad T_1(r, y, 0) &= T_{01} = \text{const}, \\ -\lambda_1 \frac{\partial T_1(r_1, y, t)}{\partial r} &= \alpha_{12} [T_1(r_1, y, t) - T_2(r_1, y, t)], \quad -\lambda_1 \frac{\partial T_1(r_1, y, t)}{\partial r} = \alpha_{1n} [T_1(0, y, t) - T_{c1n}], \\ -\lambda_1 \frac{\partial T_1(r, y_0, t)}{\partial r} &= \alpha_{1e} [T_1(r, y_0, t) - T_{c1e}], \quad -\lambda_1 \frac{\partial T_1(r, 0, t)}{\partial r} = \alpha_{1n} [T_1(r, 0, t) - T_{c1n}] \\ \text{шар 2: } \frac{\partial T_2(r, y, t)}{\partial t} &= a_2 \left[ \frac{\partial^2 T_2(r, y, t)}{\partial r^2} + \frac{w}{r} \frac{\partial T_2(r, y, t)}{\partial r} + \frac{\partial^2 T_2(r, y, t)}{\partial y^2} \right] \\ r_1 \leq r \leq r_2, \quad T_2(r, y, 0) &= T_{02} = \text{const}, \\ -\lambda_2 \frac{\partial T_2(r_2, y, t)}{\partial r} &= \alpha_{23} [T_2(r_2, y, t) - T_3(r_2, y, t)], \\ -\lambda_2 \frac{\partial T_2(r_1, y, t)}{\partial r} &= \alpha_{12} [T_2(r_1, y, t) - T_1(r_1, y, t)], \\ -\lambda_2 \frac{\partial T_2(r, y_0, t)}{\partial r} &= \alpha_{2e} [T_2(r, y_0, t) - T_{c2e}], \quad -\lambda_2 \frac{\partial T_2(r, 0, t)}{\partial r} = \alpha_{2n} [T_2(r, 0, t) - T_{c2n}] \\ \text{шар 3: } \frac{\partial T_3(r, y, t)}{\partial t} &= a_3 \left[ \frac{\partial^2 T_3(r, y, t)}{\partial r^2} + \frac{w}{r} \frac{\partial T_3(r, y, t)}{\partial r} + \frac{\partial^2 T_3(r, y, t)}{\partial y^2} \right] \\ r_2 \leq r \leq r_3, \quad T_3(r, y, 0) &= T_{03} = \text{const} \\ -\lambda_3 \frac{\partial T_3(r_3, y, t)}{\partial r} &= \alpha_{3n} [T_3(r_3, y, t) - T_{c3n}], \quad -\lambda_3 \frac{\partial T_3(r_2, y, t)}{\partial r} = \alpha_{23} [T_3(r_2, y, t) - T_{c32}], \\ -\lambda_3 \frac{\partial T_3(r, y_0, t)}{\partial r} &= \alpha_{3e} [T_3(r, y_0, t) - T_{c3e}], \quad -\lambda_3 \frac{\partial T_3(r, 0, t)}{\partial r} = \alpha_{3n} [T_3(r, 0, t) - T_{c3n}] \end{aligned}$$

Розв'язок даної задачі доцільно виконувати, використовуючи числові методи. Враховуючи дану геометрію системи, зручним буде застосування неявної схеми методу кінцевих різниць.

Запропоновану схему розрахунків у разі необхідності легко трансформувати як для простішого випадку двох шарів, так і на більш складні випадки, коли кількість шарів збільшується. Використання числового методу розв'язку обумовлює реалізацію цієї схеми у вигляді комп'ютерної моделі.

**Доній О.М., Стрілець Т.А., Фон Прусс М.А.**

*(КПІ ім. Ігоря Сікорського, м. Київ)*

**ІНФОРМАЦІЙНО-ТЕХНОЛОГІЧНИЙ КОМПЛЕКС  
ПРОГНОЗУВАННЯ СТРУКТУРИ І ВЛАСТИВОСТЕЙ МЕТАЛІВ І  
СПЛАВІВ**

dosha@iff.kpi.ua

Одним із шляхів підвищення конкурентоспроможності продукції ливарного виробництва є створення нових технологій отримання металевих виробів з певною структурою і властивостями. При цьому підвищуються вимоги до методів контролю технологічних процесів лиття, що дозволяє отримувати виливки з гарантованими характеристиками при одночасному зменшенні їх собівартості. Хоча загальний процес формування якості металопродукції є складним і багатоступеневим, особливу роль у ньому відіграє кристалізація,

бо саме на цьому етапі формується “первинна” структура твердого металу, яка суттєво впливає на формування властивостей, які повинен мати кінцевий продукт. Варіювання умовами кристалізації та вплив на стан рідкого металу дозволяє отримати задану структуру і властивості литих виробів. Основою багатьох систем контролю якості металів і сплавів у рідкому стані є термічний аналіз, який надає інформацію про термічні ефекти при твердінні проби. Ці ефекти своєрідно відображають хід формування структури литого металу. Це дозволяє за кривою охолодження аналізувати кінетику процесу кристалізації та прогнозувати службові властивості металів у твердому стані. Ця інформація (особливо в експресному режимі) є дуже важливою для прийняття оперативних рішень стосовно керування технологічним процесом лиття.

Доповнення системи термічного аналізу моделлю кристалізації, яка дозволяє досліджувати саме процес структуроутворення при кристалізації, його динаміку при різних умовах охолодження та впливах на рідкий і рідко-твердий стан, розраховувати параметри кристалізації, розмір зерна, розподіл елементів по перетину зерна тощо, дає змогу значно розширити можливості системи, а саме: підвищити точність та надійність прогнозу службових властивостей литого металу; в режимі обчислювального експерименту оптимізувати відомі і розробляти нові технологічні режими створення ливарних виробів. Обчислювальний експеримент на ЕОМ дозволяє значно зменшити терміни розробок і матеріальні витрати, дає можливість дослідити технологічні режими і різноманітні варіанти керівного впливу на структуру (навіть такі, які або є надто дорогі, або такі, що їх складно реалізувати в лабораторних умовах).

На рис. 1 представлено інформаційно-технологічний комплекс для прогнозування структури і властивостей литих металовиробів, який складається з двох підсистем: підсистема комп’ютерного термічного аналізу та підсистема моделювання структуроутворення при кристалізації.



Рис. 1. Комп’ютерний інформаційно-технологічний комплекс

Такий комплекс дає можливість реалізувати оперативний контроль і управління процесом кристалізації та в комп’ютерному експерименті проводити дослідження з метою створення технологій формування певної структури литих металів та сплавів.