Доній О.М., Лютий Р.В., Стрілець Т.А., Фон Прусс М.А.
(КПІ ім. Ігоря Сікорського, м. Київ)

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ РОЗРАХУНКУ ТЕПЛОВОГО ПОЛЯ В СИСТЕМІ «ФОРМА-РОЗПЛАВ-СТРИЖЕНЬ»

dosha@iff.kpi.ua

Можна стверджувати, що основним чинником фізико-хімічних процесів у ливарному виробництві є відведення тепла від рідкого металу в навколишнє середовище, в якості якого виступає ливарна форма. Теоретичний опис зміни температури в рідкому металі базується на рівнянні теплопровідності і не викликає великих труднощів. Проте теоретичне дослідження зміни температурного поля в системі "форма-розплав-стрижень" викликає певні математичні складнощі за рахунок неоднорідності загальної системи. У даній роботі пропонується узагальнена постановка математичної задачі теплопровідності в неоднорідному середовищі при відсутності додаткових джерел виділення тепла за рахунок кристалізації.

На рис. 1 наведено узагальнену схему постановки задачі теплопровідності в неоднорідному середовищі, яке складається з трьох ділянок і дає можливість сформулювати

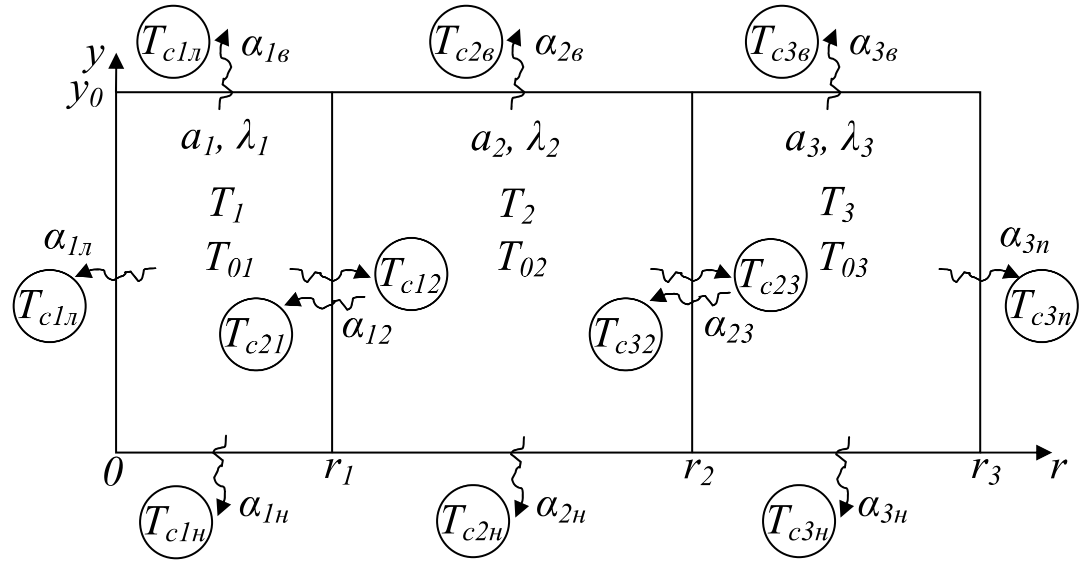

Рис. 1. Узагальнена схема постановки задачі теплопровідності в неоднорідному середовищі, яке складається з трьох ділянок (j = 1, 2, 3):

T_j – температура як функція від координат x, y та часу t;

T_{0j} – початкові температури на кожній ділянці;

$T_{cj(н,в,л,п)}$ – температури навколишнього середовища знизу, зверху, ліворуч, праворуч;

$T_{12,23}$ – температури на границях шарів;

$\alpha_{j(н,в,л,п)}$ – коефіцієнти тепловіддачі знизу, зверху, ліворуч, праворуч;

$\alpha_{12,23}$ – коефіцієнти тепловіддачі на границях шарів;

$\lambda_{1,2,3}$ – коефіцієнти теплопровідності на кожній ділянці;

$a_{1,2,3}$ – коефіцієнти температуропровідності на кожній ділянці;

r_1, r_2, r_3, y_0 – геометричні розміри системи.

граничні умови. Відповідні рівняння теплопровідності із граничними умовами можна записати як:

шар 1: $$\frac{\partial T_1(r,y,t)}{\partial t} = a_1\left[\frac{\partial^2 T_1(r,y,t)}{\partial r^2} + \frac{w}{r}\frac{\partial T_1(r,y,t)}{\partial r} + \frac{\partial^2 T_1(r,y,t)}{\partial y^2}\right]$$

$$r_0 \le r \le r_1,\ T_1(r,y,0) = T_{01} = const,$$

$$-\lambda_1\frac{\partial T_1(r_1,y,t)}{\partial r} = \alpha_{12}\left[T_1(r_1,y,t) - T_2(r_1,y,t)\right],\ -\lambda_1\frac{\partial T_1(r_1,y,t)}{\partial r} = \alpha_{1л}\left[T_1(0,y,t) - T_{c1л}\right],$$

$$-\lambda_1\frac{\partial T_1(r,y_0,t)}{\partial r} = \alpha_{1в}\left[T_1(r,y_0,t) - T_{c1в}\right],\ -\lambda_1\frac{\partial T_1(r,0,t)}{\partial r} = \alpha_{1н}\left[T_1(r,0,t) - T_{c1н}\right]$$

шар 2: $$\frac{\partial T_2(r,y,t)}{\partial t} = a_2\left[\frac{\partial^2 T_2(r,y,t)}{\partial r^2} + \frac{w}{r}\frac{\partial T_2(r,y,t)}{\partial r} + \frac{\partial^2 T_2(r,y,t)}{\partial y^2}\right]$$

$$r_1 \le r \le r_2,\ T_2(r,y,0) = T_{02} = const,$$

$$-\lambda_2\frac{\partial T_2(r_2,y,t)}{\partial r} = \alpha_{23}\left[T_2(r_2,y,t) - T_3(r_2,y,t)\right],$$

$$-\lambda_2\frac{\partial T_2(r_1,y,t)}{\partial r} = \alpha_{12}\left[T_2(r_1,y,t) - T_1(r_1,y,t)\right],$$

$$-\lambda_2\frac{\partial T_2(r,y_0,t)}{\partial r} = \alpha_{2в}\left[T_2(r,y_0,t) - T_{c2в}\right],\ -\lambda_2\frac{\partial T_2(r,0,t)}{\partial r} = \alpha_{2н}\left[T_2(r,0,t) - T_{c2н}\right]$$

шар 3: $$\frac{\partial T_3(r,y,t)}{\partial t} = a_3\left[\frac{\partial^2 T_3(r,y,t)}{\partial r^2} + \frac{w}{r}\frac{\partial T_3(r,y,t)}{\partial r} + \frac{\partial^2 T_3(r,y,t)}{\partial y^2}\right]$$

$$r_2 \le r \le r_3,\ \ T_3(r,y,0) = T_{03} = const$$

$$-\lambda_3\frac{\partial T_3(r_3,y,t)}{\partial r} = \alpha_{3п}\left[T_3(r_3,y,t) - T_{c3п}\right],\ -\lambda_3\frac{\partial T_3(r_2,y,t)}{\partial r} = \alpha_{23}\left[T_3(r_2,y,t) - T_{c32}\right],$$

$$-\lambda_3\frac{\partial T_3(r,y_0,t)}{\partial r} = \alpha_{3в}\left[T_3(r,y_0,t) - T_{c3в}\right],\ -\lambda_3\frac{\partial T_3(r,0,t)}{\partial r} = \alpha_{3н}\left[T_3(r,0,t) - T_{c3н}\right]$$

Розв'язок даної задачі доцільно виконувати, використовуючи числові методи. Враховуючи дану геометрію системи, зручним буде застосування неявної схеми методу кінцевих різниць.

Запропоновану схему розрахунків у разі необхідності легко трансформувати як для простішого випадку двох шарів, так і на більш складні випадки, коли кількість шарів збільшується. Використання числового методу розв'язку обумовлює реалізацію цієї схеми у вигляді комп'ютерної моделі.

Доній О.М., Стрілець Т.А., Фон Прусс М.А.
(КПІ ім. Ігоря Сікорського, м. Київ)

ІНФОРМАЦІЙНО-ТЕХНОЛОГІЧНИЙ КОМПЛЕКС ПРОГНОЗУВАННЯ СТРУКТУРИ І ВЛАСТИВОСТЕЙ МЕТАЛІВ І СПЛАВІВ

dosha@iff.kpi.ua

Одним із шляхів підвищення конкурентоспроможності продукції ливарного виробництва є створення нових технологій отримання металевих виробів з певною структурою і властивостями. При цьому підвищуються вимоги до методів контролю технологічних процесів лиття, що дозволяє отримувати виливки з гарантованими характеристиками при одночасному зменшенні їх собівартості. Хоча загальний процес формування якості металопродукції є складним і багатоступеневим, особливу роль у ньому відіграє кристалізація,